

---

---

TD 2  
TRANSFORMÉE DE LAPLACE

---

---

**1 Démonstration du théorème de Borel.**

Le théorème de Borel (vu en cours) s'énonce de la façon suivante:

Soit deux fonctions  $f(t)$  et  $g(t)$  et leurs Transformées de Laplace associées  $F(p)$  et  $G(p)$ . On a alors:

$$TL(f(t)*g(t))=F(p).G(p)$$

1. Rappeler la définition de la Transformée de Laplace.
2. Rappeler la définition du produit de convolution et exprimer le produit de convolution  $f(t)*g(t)$ .
3. En s'aidant de 1. et 2., exprimer la Transformée de Laplace de  $f(t)*g(t)$  sous sa forme intégrale.
4. Calculer la Transformée de Laplace de  $f(t-a)$ .
5. En s'aidant de 3. et 4., démontrer le théorème de Borel.

**2 Transformées de Laplace usuelles.**

1. Donner le graphe et calculer par intégration directe les Transformées de Laplace de:

$$y_1(t) = t.\exp(-at).u(t)$$

$$y_2(t) = \exp(-at).\sin\omega t.u(t)$$

$$y_3(t) = \sin^2\omega t.u(t)$$

$$y_4(t) = \sin\Omega t.\sin\omega t.u(t)$$

2. Calculer les Transformées de Laplace de  $y_1(t)$  et de  $y_2(t)$  par translation de  $p$ .

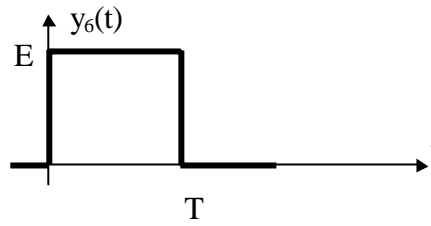
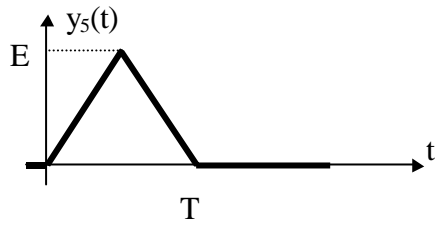
**3 Résolution d'une équation différentielle par la Transformée de Laplace.**

Résoudre par la Transformée de Laplace l'Equation Différentielle:  $y''+2y'-3y = x.\exp(-x).u(t)$

Conditions initiales:  $y(0) = 1$  ;  $y'(0) = 0$

#### 4 Transformée de Laplace de signaux périodiques.

1. Calculer la Transformée de Laplace des signaux ci-dessous:



Pour ce calcul, on décomposera les signaux  $y_5(t)$  et  $y_6(t)$  en une somme de signaux simples avant de calculer leur Transformée de Laplace.

2. En utilisant le résultat des questions 1.4. et 4.1, donner la Transformée de Laplace des signaux périodiques ci-dessous.

