

---

 TD 19  
POSITIONNEMENT D'UN SATELLITE
 

---

On s'intéresse dans ce problème au positionnement d'un satellite uniquement suivant une direction donnée et en absence de toute force de frottement. Si la position du satellite est  $y(t)$  et la commande  $u(t)$ , la relation fondamentale de la dynamique permet d'écrire :  $\frac{d^2 y}{dt^2} = u(t)$ . Le schéma de l'asservissement proposé est celui de la figure 1.  $Z(p)$  est une perturbation.

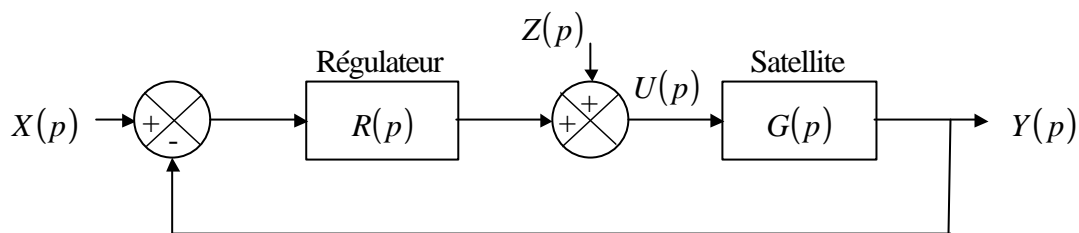


Figure 1.

## 1 Première partie : régulateur de type PD

### 1.1 Fonction de transfert

- Donner l'expression de  $G(p)$ .  $R(p)$  sera explicité ultérieurement.
- Etablir l'expression de la fonction de transfert  $H(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}$  (en considérant  $Z(p) = 0$ ).

### 1.2 Stabilité et réponse temporelle

On rappelle l'énoncé du critère de Routh :

Soit  $H(p) = \frac{N(p)}{D(p)}$  la fonction de transfert d'un système.

On écrit  $D(p)$  sous forme polynômiale  $D(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0$  avec  $a_n > 0$ .

Le critère s'énonce alors de la façon suivante :

#### 1. 1<sup>er</sup> examen :

Si certains  $a_i$  sont négatifs ou nuls,  $D(p)$  a des racines à droite dans le plan complexe, donc à partie réelle positive.

Le système est donc instable.

#### 2. 2<sup>ème</sup> examen :

Si tous les  $a_i$  sont positifs, on ne peut connaître la place des pôles qu'après examen de la première colonne du tableau de Routh dont la construction est expliquée ci-après.

Les deux premières lignes du tableau sont écrites à l'aide des coefficients de  $D(p)$ .

Les autres lignes sont formées de termes calculés à partir de ces coefficients.

|              |  |  |           |           |           |   |
|--------------|--|--|-----------|-----------|-----------|---|
| On pose      | $\begin{cases} p^n \\ p^{n-1} \end{cases}$ |  | $a_n$     | $a_{n-2}$ | $a_{n-4}$ | K |
|              |  |  | $a_{n-1}$ | $a_{n-3}$ | $a_{n-5}$ | K |
| On détermine | $p^{n-2}$                                  |  | $A_1$     | $A_2$     | $A_3$     | K |
|              | $p^{n-3}$                                  |  | $B_1$     | $B_2$     | $B_3$     | K |
|              | M  |  | M         | M         | M         | M |
|              | $p^2$                                      |  | $M_1$     | $M_2$     | $M_3$     | K |
|              | $p^1$                                      |  | $N_1$     | $N_2$     | $N_3$     | K |
|              | $p$  |  | $C_1$     | $C_2$     | $C_3$     | K |
| On analyse   |  |  |           |           |           |   |

**Calculs**

$$A_1 = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}$$

$$A_2 = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}$$

$$A_3 = \frac{a_{n-1}a_{n-6} - a_n a_{n-7}}{a_{n-1}}$$

$$B_1 = \frac{A_1 a_{n-3} - a_{n-1} A_2}{A_1}$$

$$B_2 = \frac{A_1 a_{n-5} - a_{n-1} A_3}{A_1}$$

...

$$C_1 = \frac{N_1 M_2 - M_1 N_2}{N_1}$$

Routh a établi que la condition nécessaire et suffisante de stabilité est que **tous les coefficients de la première colonne soient de même signe**.

- Montrer à l'aide du critère de Routh qu'un régulateur de type proportionnel ne permet pas de stabiliser le système.

On adopte un régulateur de type PD :  $R(p) = A + T_d p$ .

- Montrer que la fonction de transfert s'écrit sous la forme :  $H(p) = K \frac{1 + tp}{1 + 2 \frac{x}{w_n} p + \left( \frac{p}{w_n} \right)^2}$  et

donner les expressions de  $K$ ,  $t$ ,  $x$  et  $w_n$ .

- Calculer  $A$  et  $T_d$  si on impose un coefficient d'amortissement  $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$  et une pulsation naturelle  $w_n = 1$  rd/s.
- Etablir dans ce cas l'expression de la réponse à un échelon unité et représenter cette réponse.
- Expliquer à quoi correspond l'instant de premier dépassement et l'amplitude du premier dépassement. Calculer leur valeur.

### 1.3 Réalisation du correcteur

- Tracer dans Bode le module et la phase du correcteur de la question 1.2. Expliquer en justifiant votre réponse si ce correcteur est réalisable physiquement.
- On propose un second type de correcteur :  $R(p) = \frac{1 + \sqrt{2}p}{1 + 0,1\sqrt{2}p}$

Tracer dans le même diagramme de Bode que précédemment la fonction de transfert de ce nouveau correcteur. Expliquer en justifiant votre réponse si la différence entre les deux correcteurs remet en cause l'étude précédente de la question 1.2.

## 1.4 Erreur statique

- Donner l'expression de la fonction de transfert  $T(p) = \frac{Y(p)}{Z(p)}$  (en considérant  $X(p) = 0$ ).
- Calculer l'erreur statique sur la sortie en réponse à une perturbation de type échelon d'amplitude unité pour les deux correcteurs PD précédents.
- Indiquer comment modifier le correcteur pour annuler cette erreur statique.

## 2 Deuxième partie : contre-réaction tachymétrique

A l'aide d'un codeur incrémental, on dispose de la mesure de la vitesse. On adopte alors le schéma d'asservissement de la figure 2.

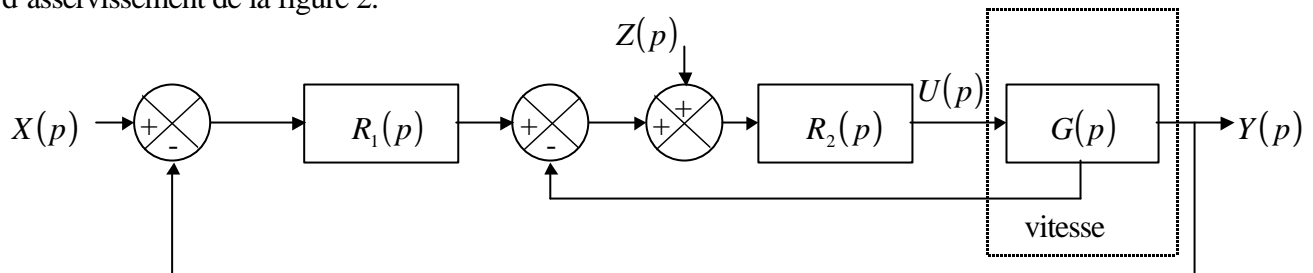


Figure 2.

### 2.1 Diagramme fonctionnel détaillé

On rappelle que  $y(t)$  représente la position du satellite. Indiquer la relation liant la vitesse et la position du satellite. En déduire la représentation détaillée de la boîte entourée en pointillés en faisant apparaître clairement l'information vitesse.

### 2.2 Etude de l'asservissement

Pour la suite, on donne  $R_1(p) = k_1$  et  $R_2(p) = k_2$ .

- En imposant  $\mathbf{x} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , exprimer la relation entre  $k_1$  et  $k_2$ .
- Calculer l'amplitude du premier dépassement.
- Si l'on impose un instant de premier dépassement égal à 0,2 s, calculer  $k_1$  et  $k_2$ .
- Comparer les commandes de la première et de la deuxième partie. Discuter.