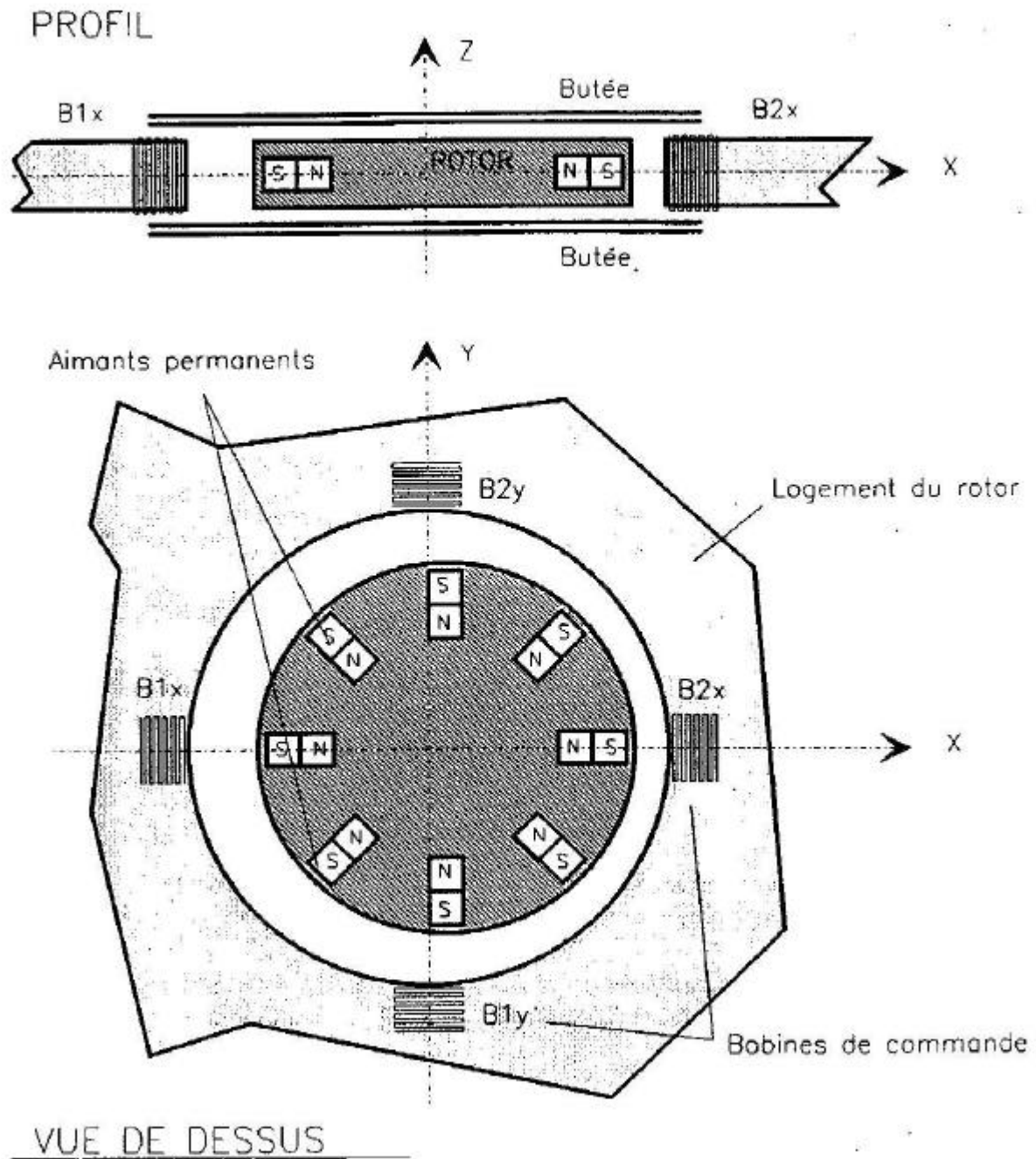


TD11 - PALLIER MAGNÉTIQUE

On s'intéresse dans ce problème à l'équilibre d'un dispositif conçu pour éliminer les frottements d'un système de rotation: le pallier magnétique.
Le dispositif étudié ici est représenté par la figure suivante:

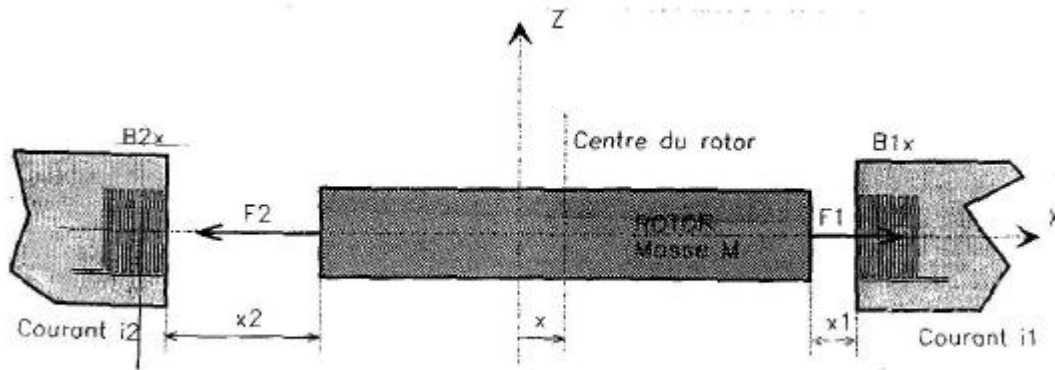


Le rotor, de masse M , est en rotation autour de l'axe Z . Il est maintenu en équilibre sans contact:

- suivant l'axe Z par deux butées magnétiques passives (dont l'étude ne sera pas abordée)
- dans le plan XY par deux asservissements de position, un sur l'axe X , l'autre sur l'axe Y .

Les deux asservissements étant identiques, on ne s'intéressera dans la suite qu'à celui de l'axe X .

Cet asservissement est constitué de deux bobines $B1x$ et $B2x$ de commande agissant sur des aimants permanents inclus dans le rotor, et d'un capteur inductif de position.



Chaque bobine à noyau de fer, d'inductance L et de résistance R , se comporte comme un électro-aimant commandé par les courants i_1 et i_2 . Chacune exerce sur le rotor une force de rappel dépendant du courant qui la traverse et de l'entrefer (distance entre le rotor et la bobine considérée) correspondant. Ces forces ont pour module:

$$|F_1| = \frac{K_b \cdot i_1}{x_1^2} \quad \text{pour la bobine } B1x.$$

$$|F_2| = \frac{K_b \cdot i_2}{x_2^2} \quad \text{pour la bobine } B2x.$$

La commande des bobines est réalisée de façon à ce que:

$$i_1 = I_0 + i$$

$$i_2 = I_0 - i$$

avec I_0 constant.

Remarque: pour chaque bobine, la force contre électromotrice due aux mouvements du rotor est supposée négligeable.

La position du centre du rotor est mesurée par un capteur à effet Hall qui fournit une tension proportionnelle à x : $V_c = K_c \cdot x$

1 Mise en équation

1.1 Relations géométriques

Lorsque le centre du rotor est en position centrale ($x=0$), on a $x_1=x_2=e$. Quelles sont les expressions de x_1 et x_2 lorsque x n'est pas nul (en fonction de x et de e) ?

1.2 Équation mécanique

Appliquer la relation fondamentale de la dynamique au rotor et donner l'équation différentielle liant x et i .

Remarque: on suppose x petit devant e , donc:

$$\frac{1}{(e+x)^2} \approx \frac{1}{e^2} \cdot \left[1 - \frac{2 \cdot x}{e} \right] \quad \text{et} \quad \frac{1}{(e-x)^2} \approx \frac{1}{e^2} \cdot \left[1 + \frac{2 \cdot x}{e} \right]$$

1.3 Équation électrique

Les deux bobines de l'asservissement sont commandées en tension par:

$$\begin{aligned} v_1 &= V_0 + v && \text{pour la bobine 1} \\ v_2 &= V_0 - v && \text{pour la bobine 2} \end{aligned}$$

avec $V_0 = Cte = R \cdot I_0$

On considère la bobine 1.

- Écrire l'équation liant v_1 et i_1 aux bornes de la bobine 1.
- En remplaçant v_1 et i_1 par leur expression respective, donner l'équation différentielle liant v et i .

1.4 Système de Laplace complet

La commande des bobines est obtenue à partir d'une consigne c et de la mesure de la position du centre du rotor x : $v = A \cdot (c - V_c)$ avec A gain réglable

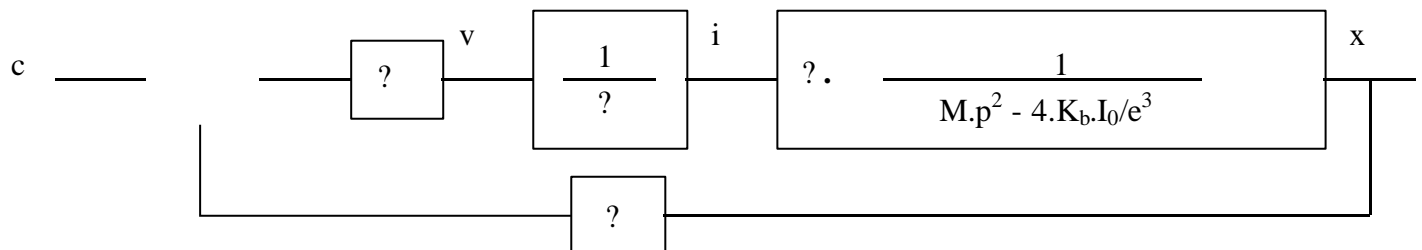
Dans la suite, on considérera c comme l'entrée du système et x comme sa sortie.

Donner les quatre équations modélisant le système complet. En déduire le système d'équations dans le domaine de Laplace.

2 Fonction de transfert

2.1 Diagramme fonctionnel

Compléter le diagramme fonctionnel suivant:



2.2 Fonction de transfert

Montrer que la fonction de transfert en boucle ouverte du système est du type:

$$G(p) = \frac{-K}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)(1 - \tau_2 p)}$$

Donner l'expression de K, τ_1 et τ_2 en fonction de M, e, A, K_b , K_c , L, R et I_0 .

2.3 Application numérique

On a M=10kg, e=1mm, L=5mH, R=5Ω, $I_0=0,4A$, $K_c=10^4V/m$, $K_b=10^{-5}N.m^2/A$.
Calculer K, τ_1 et τ_2 .

2.4 Dimensions

Donner les unités de K, τ_1 et τ_2 et vérifier à l'aide des expressions obtenues au paragraphe 2.2.

3 Étude de la fonction de transfert

Dans la suite, on étudie:
$$G(p) = \frac{-K}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)(1 - \tau_2 p)}$$

avec: K=20 $\tau_1=1ms$ et $\tau_2=30ms$.

3.1 Représentation de Bode

Donner les expressions du module M et de la phase P de la transmittance isochrone $G(j\omega)$ de $G(p)$. Tracer le module et la phase de $G(j\omega)$ sur la feuille semi-log jointe. On calculera M et P pour $\omega=1 ; 10 ; 20 ; 50 ; 100 ; 200 ; 500 ; 1000 ; 2000 ; 5000 ; 10000 ; 100000$ rd/s.
Donner la pulsation de coupure à -3dB.

3.2 Représentation de Black

Donner l'allure de $G(j\omega)$ dans le plan de Black.