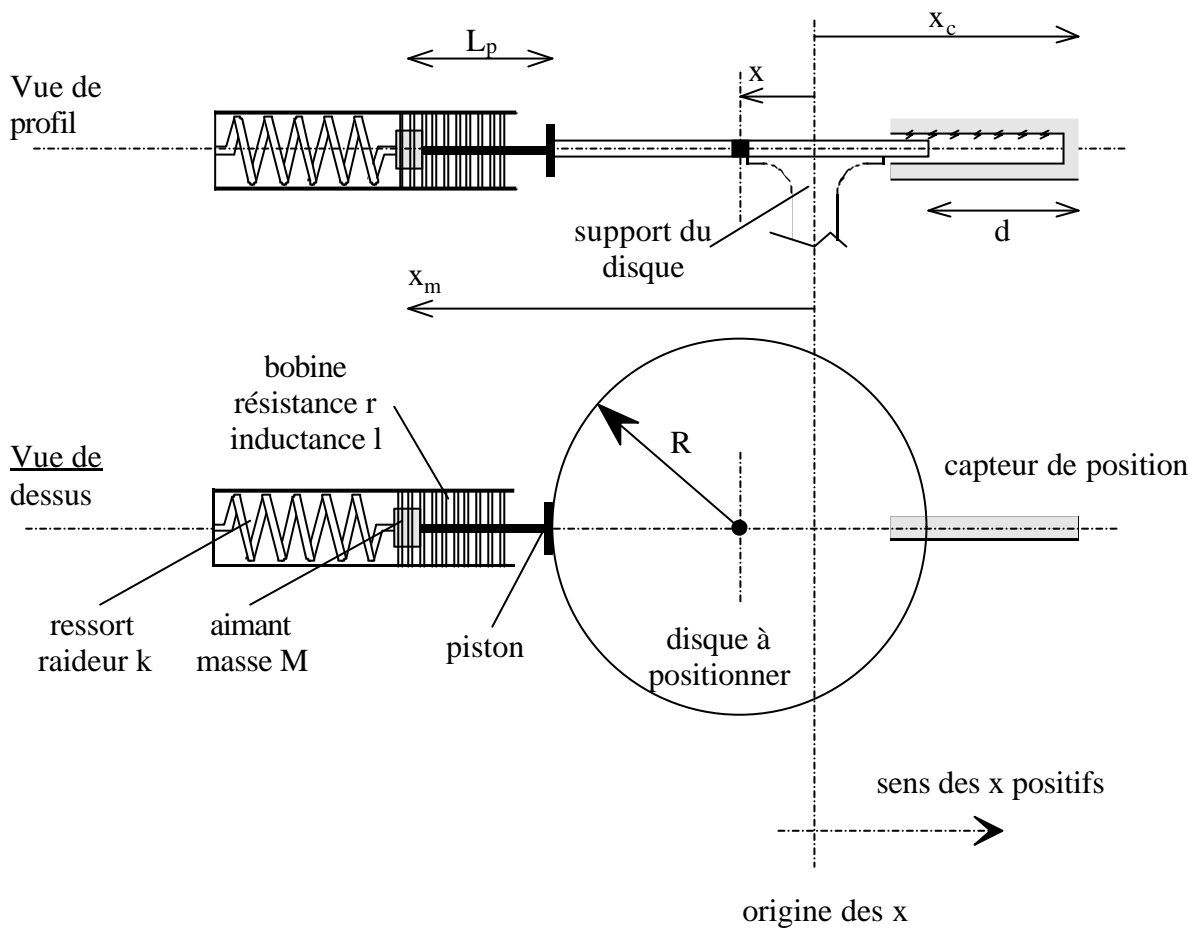


TD 12 - Centrage d'un disque silicium

**Centrage d'un disque de silicium
destiné à la fabrication de circuits intégrés.**

On s'intéresse dans ce problème au centrage d'un disque de silicium sur un support tournant (voir figure ci-dessous):



Description du système

Le disque est déposé après fabrication sur un support tournant pour recevoir une série de traitements chimiques. Le positionnement du disque au moment du dépôt n'étant pas précis, il est complété par un meilleur centrage avec le dispositif étudié dans ce problème.

Le dispositif est constitué d'un capteur de position par chevauchement et d'un piston commandé par électroaimant. On suppose qu'avant d'effectuer l'opération de centrage, le disque a été préalablement orienté de manière à ce que la position de son centre se trouve sur l'axe piston-capteur dans les valeurs des x négatives (voir figure). Pour obtenir un bon centrage, il suffit donc de pousser le disque sur son support jusqu'à ce que la position x de son centre s'annule.

Le piston de commande, relié à un aimant permanent, est actionné par une bobine électrique et par un ressort de rappel. La bobine est excitée par une tension v qui génère un courant i et engendre une force F_b sur l'aimant: $F_b = b \cdot i$

Le capteur de position est réalisé par une barrette de diodes électroluminescentes placée en vis à vis avec une barrette d'éléments photosensibles. La tension électrique fournie par le capteur est proportionnelle à la longueur libre du capteur: $v_c = k_c \cdot d$

Enfin, le système est bouclé par un amplificateur-comparateur qui fournit la tension de commande de la bobine à partir d'une tension de consigne c et de la tension fournie par le capteur de position v_c : $v = A \cdot (c + v_c)$

Les principaux paramètres du système sont les suivants:

Variables:

c	tension de consigne du système,
x	position du centre du disque,
x_m	position de l'aimant,
d	longueur libre du capteur de position,
v_c	tension électrique fournie par le capteur de position,
v	tension de commande de la bobine,
i	courant à travers la bobine,
f_b	force d'attraction de la bobine sur l'aimant.

Constantes:

A	valeur du gain de l'amplificateur,
x_{m0}	valeur de x_m pour laquelle le ressort est au repos,
x_c	position du capteur de position,
R	rayon du disque,
M_d	masse du disque,
f	coefficient de frottement visqueux du disque sur le support,
L_p	longueur du piston,
k	raideur du ressort de rappel du piston,
r	résistance de la bobine de commande,
l	inductance de la bobine de commande,
M_a	masse de l'aimant,

(Toutes les positions sont repérées sur l'axe piston-capteur)

1 Mise en équations.

Dans la suite, on étudie le système de positionnement du disque: entrée v , sortie x .

1.1 Relation fondamentale de la dynamique.

a) On notera f_p la force du piston sur le disque.

- Représenter les forces appliquées au disque.

Ecrire la RFD appliquée à la masse du disque M_d (forces mises en jeu: f_p et force de frottement visqueux sur le support du disque f_v).

- Représenter les forces appliquées à l'aimant.

Ecrire la RFD appliquée à la masse de l'aimant M_a (forces mises en jeu: f_p , force de rappel du ressort et force d'attraction de la bobine sur l'aimant f_b)

b) Ecrire la relation liant x_m à x , L_p et R . Montrer que $\frac{d^2 x_m}{dt^2} = \frac{d^2 x}{dt^2}$. En tenant compte de l'égalité précédente, transformer les deux relations du a) en une seule équation différentielle qui ne fait pas intervenir f_p .

1.2 Régime général: équations générales du système.

a) Ecrire la relation liant d , R , x_c et x .

b) Ecrire toutes les équations du système (elles sont au nombre de 6, y compris les deux relations obtenues à la question 1.1.b) et celle obtenue à la question 1.2.a)).

1.3 Régime statique.

Que deviennent les équations de la question 1.2.b) lorsque le disque est immobile. On indicera les variables du système avec un s : x_s , x_{ms} , v_s , i_s , v_{cs} ...

1.4 Régime dynamique.

En appliquant le théorème de superposition, écrire les équations du système en régime dynamique (régime dynamique = régime général - régime statique). Les variables du régime dynamique seront notées en majuscules: $X = x - x_s$, $X_m = x_m - x_{ms}$, $V = v - v_s$, $I = i - i_s$, $V_c = v_c - v_{cs}$...

1.5 Système de Laplace.

Donner le système des équations de Laplace.

2 Fonction de transfert.

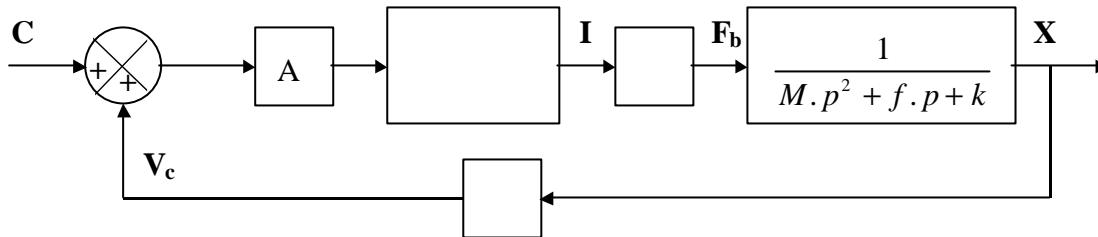
Dans la suite du problème on prendra les valeurs numériques suivantes:

$$r = 2 \, \Omega, l = 50 \, \mu\text{H}, b = 50 \, \text{N/A}, M_a = 100 \, \text{g}, M_d = 0,150 \, \text{kg}, f = 3 \, \text{N.s/m}, \\ k = 100 \, \text{N/m}, k_c = 20 \, \text{V/m}$$

Dans la suite on notera $M = M_a + M_d$

2.1 Diagramme fonctionnel.

Compléter le diagramme fonctionnel suivant:



2.2 Fonction de transfert.

Ecrire la fonction de transfert en Boucle Ouverte sous la forme:

$$G(p) = \frac{K_s}{(1 + \tau \cdot p) \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot V}{\omega_n} \cdot p + \left(\frac{p}{\omega_n} \right)^2 \right)}$$

Donner les expressions de K_s , τ , ω_n et ζ . Quel est l'ordre du système?

2.3 Dimensions.

Vérifier que:

- τ a la dimension d'un temps
- ζ est un nombre sans dimension
- ω_n a la dimension de l'inverse d'un temps (pulsation)
- K_s est un nombre sans dimension.

2.4 Application numérique

Calculer τ , ζ et ω_n .

Compte-tenu du rapport entre $1/\tau$ et ω_n , pourrait-on simplifier l'expression de $G(p)$ (argumenter votre réponse) ?

Dans la suite du problème on prendra $G(p) = \frac{K_s}{(1 + 50 \cdot 10^{-6} \cdot p) \cdot (1 + 0,03 \cdot p + 0,3 \cdot 10^{-3} \cdot p^2)}$

avec : $K_s = 10 \cdot A$

3 Régime harmonique.

3.1 Représentations de la transmittance isochrone avec $K_s = 10$.

Calculer le gain et la phase du système pour $\omega = 10, 50, 100, 150, 200, 300, 400$ rd/s.

Tracer l'allure de $G(p)$ dans le plan de Black à l'échelle de l'abaque de Nichols.

3.2 Réglage de la marge de phase.

Pourquoi en pratique (en règle générale) doit-on maintenir une marge de phase ?

Dans le plan de Black, déterminer la valeur de A afin d'obtenir une marge de phase égale à 45° . Donner les caractéristiques du système du second ordre équivalent au système étudié.

3.3 Utilisation d'un correcteur.

On désire éviter la résonance du système en insérant un correcteur dans la boucle.

1. Indiquer sur le diagramme fonctionnel où insérer le correcteur $C(p)$.

2. On veut que la Fonction de Transfert en Boucle Fermée $F_c(p)$ du système soit égale à

$$\frac{1}{(1 + T_0 p)^3}.$$

Ecrire la relation liant $F_c(p)$ à $C(p)$ et $G(p)$ sous la forme $C(p) = f(F_c(p), G(p))$.

Régler ensuite T_0 pour éliminer le terme $(1 + 0,03p + 3 \cdot 10^{-4} p^2)$ dans l'expression de $C(p)$.

Tracer le module de la fonction de transfert du correcteur dans le diagramme de Bode.

Que pensez-vous de la réalisation pratique du correcteur, est-il physiquement réalisable ?