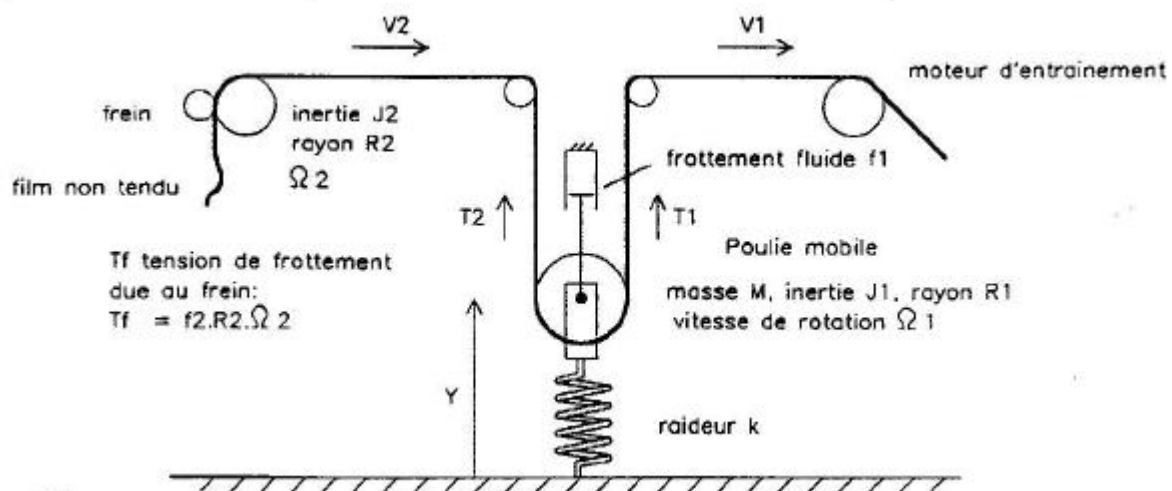

 TD13 - FILTRAGE D'UN SYSTÈME DÉROULEUR DE FILM

Thèmes abordés. Mise en équation - Fonction de transfert en boucle ouverte et boucle fermée
- Abaque de Black-Nichols

On désire étudier dans ce problème la fonction filtrage en vitesse d'un système dérouleur de film. Le système est représenté par le schéma suivant :



La vitesse $V1$, donnée par le moteur d'entraînement, est considérée comme l'entrée du système. La vitesse $V2$ est la vitesse filtrée considérée comme la sortie du système.

1 Mise en équation.

1.1 Régime général.

1.1.1 Système « frein » : équation (1).

Écrire la relation fondamentale de la dynamique pour le frein (mouvement de rotation). Les forces (tensions) mises en jeu sont: la tension du fil $T2$ et la tension de frottement Tf .

1.1.2 Système « masse M » : équation (2).

A vide (sans la masse M), le ressort est à la position $Y = Y_{v0}$.

Écrire la relation fondamentale de la dynamique pour la masse M (mouvement de translation). Les forces mises en jeu sont: les tensions $T1$ et $T2$, le poids, la force de rappel du ressort et le frottement fluide au niveau du piston.

1.1.3 Système « Poulie mobile » : équation (3).

Écrire la relation fondamentale de la dynamique pour la poulie (mouvement de rotation). Les forces mises en jeu sont: les tensions $T1$ et $T2$.

1.1.4 Système « moteur d'entraînement » : équation (4).

Écrire la relation liant Ω_1 à V_1 et V_2 .

1.1.5 Relation liant V_1 , V_2 et Y : équation (5).

La relation liant V_1 , V_2 et Y s'écrit : $(V_1 - V_2)dt = 2 \cdot dY$

1.2 Régime statique.

La position d'équilibre est caractérisée par une vitesse de déroulement $V_{10}=V_{20}=V_0$, une tension $T_1=T_2=T_0$ et une position Y_0 . Écrire les équations $(1)_s$ à $(5)_s$ qui caractérisent le régime statique.

1.3 Régime dynamique.

En combinant les équations (1) à (5) et $(1)_s$ à $(5)_s$, établir les équations du régime dynamique $(1)_d$ à $(5)_d$ (variations des variables autour du régime permanent). On utilisera des lettres minuscules pour le régime dynamique : $v_1=V_1-V_0$; $v_2=V_2-V_0$; $t_2=T_2-T_0$; $t_1=T_1-T_0$; $y=Y-Y_0$; $\omega_1=\Omega_1-\Omega_{10}$; $\omega_2=\Omega_2-\Omega_{20}$.

1.4 Système d'équations dans le domaine de Laplace.

Écrire le système d'équations précédentes dans le domaine de Laplace $(1)_L$ à $(5)_L$.

2 Diagramme fonctionnel - Fonction de transfert.

2.1 Dessiner le diagramme fonctionnel du système complet (entrée $V_1(p)$; sortie $V_2(p)$).

2.2 Fonction de transfert en boucle ouverte.

En supposant J_1 négligeable et $R_1=R_2=R$, déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte $T(p)$ du système.

Montrer que $T(p)$ peut s'écrire sous la forme suivante : $T(p) = \frac{K_s}{p} \frac{1 + \frac{2 \cdot V}{w_n} \cdot p + \left(\frac{p}{w_n}\right)^2}{1 + tp}$.

Donner les expressions de t , K_s , w_n et V puis vérifier leur dimension.

3 Étude de la fonction de transfert en boucle fermée.

3.1 3.1. Calcul de la fonction de transfert en boucle fermée.

Établir l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée $G(p) = \frac{V_2(p)}{V_1(p)}$.

Montrer que $G(p)$ se met sous la forme canonique : $G(p) = \frac{1 + \frac{2 \cdot V}{w_n} \cdot p + \left(\frac{p}{w_n}\right)^2}{1 + \frac{2 \cdot V}{w_n} \cdot p + \left(\frac{p}{w_n}\right)^2}$.

Donner les expressions de \mathbf{w}_n' et \mathbf{V} .

3.2 Application numérique.

Montrer que $G(p)$ se met sous la forme : $G(p) = \frac{0,01p^2 + 0,04p + 1}{0,04p^2 + 0,12p + 1}$

avec: $M=100g$; $\frac{J_2}{R_2^2} = 75g$; $f_1=0,4 \text{ N.m}^{-1}.s$; $f_2=0,2 \text{ N.m}^{-1}.s$; $k=10 \text{ N.m}^{-1}$; $R_1=R_2=R$

3.3 Diagramme de Bode.

Tracer $G(p)$ dans le plan de Bode. Le système possède-t-il des résonances ? Si oui, quelles sont les caractéristiques de ces résonances (pulsation et surtension) ?

3.4 Détermination de la fonction de transfert en boucle fermée à l'aide de l'abaque de Black-Nichols.

Tracer $T(p)$ dans l'abaque de Black-Nichols.

Déterminer la fréquence de résonance du système en boucle fermée et donner le facteur de surtension. Comparer aux résultats obtenus à la question 3.3.