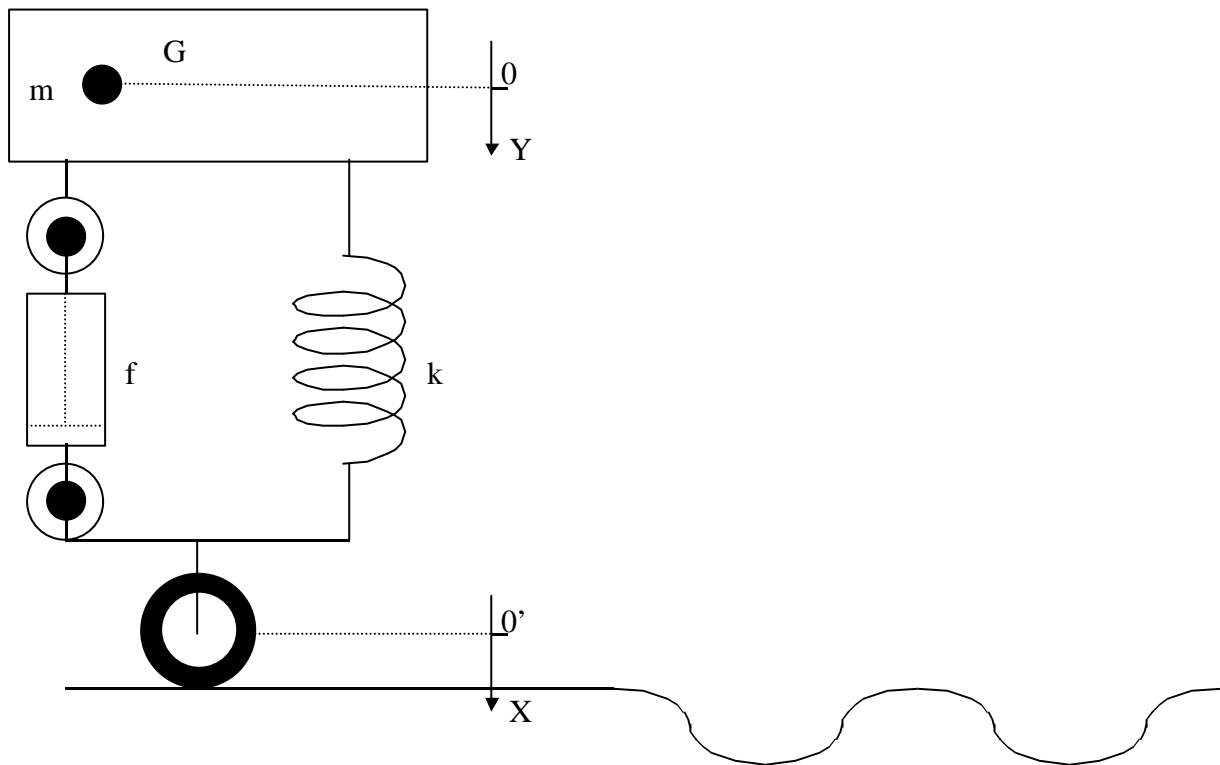

TD 7
SYSTÈMES DU DEUXIÈME ORDRE
DIAGRAMMES FONCTIONNELS
ÉTUDE SIMPLIFIÉE DU MOUVEMENT VERTICAL D'UN VÉHICULE EN DÉPLACEMENT
SUR UNE PISTE A PROFIL SINUSOÏDAL CONÇUE POUR TESTER LES SUSPENSIONS

On considère un véhicule de masse totale 1000 kg. En supposant que l'effet de chacune des quatre roues est identique, on représente sur la figure ci-dessous un quart de la masse du véhicule sur une roue, soit $m=250$ kg.



$x(t)$ est l'abscisse verticale du moyeu de la roue.

$y(t)$ est l'abscisse verticale du centre de gravité du véhicule.

La suspension qui s'appuie sur le moyeu comprend deux éléments:

- un ressort de raideur k qui exerce sur le véhicule une force élastique \vec{F}_R proportionnelle à son allongement ou étirement. On donne $k=10^7$ N/m.
- un amortisseur hydraulique que l'on modélise par un frottement visqueux de coefficient f exerçant une force \vec{F}_f proportionnelle à la vitesse de déplacement du piston par rapport au cylindre.

A l'équilibre, $X = x_0$ et $Y = y_0$.

On décompose $X = x_0 + x(t)$ et $Y = y_0 + y(t)$, $x(t)$ et $y(t)$ représentant les variations de X et de Y autour de x_0 et y_0 .

Quand le véhicule roule horizontalement, on considère $x(t)$ sinusoïdal: $x(t) = x_m \sin \omega t$.

- 1 Représenter les différentes forces verticales s'appliquant au véhicule et donner leur expression.
- 2 Donner le bilan des forces appliquées au véhicule à l'équilibre puis établir l'équation différentielle régissant le mouvement vertical du véhicule.
- 3 En utilisant la transformée de Laplace, exprimer $Y(p)$ (transformée de Laplace de $y(t)$) en fonction de $X(p)$ (transformée de Laplace de $x(t)$).

4 Mettre le rapport $\frac{Y(p)}{X(p)}$ sous la forme standard:
$$\frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{1 + 2 \cdot \mathbf{x} \cdot \frac{p}{\mathbf{w}_n}}{1 + 2 \cdot \mathbf{x} \cdot \frac{p}{\mathbf{w}_n} + \left(\frac{p}{\mathbf{w}_n}\right)^2}$$

et donner les expressions (en vérifiant les dimensions) du facteur d'amortissement \mathbf{x} et de la pulsation propre du système non amorti \mathbf{w}_n .

- 5 Déterminer la valeur de f convenable de l'amortisseur pour avoir $\mathbf{x} = 1$. A quel régime de fonctionnement de l'ensemble piston-ressort correspond cette valeur de \mathbf{x} ?
- 6 A partir de la question 1, en considérant nulles les conditions initiales, donner l'expression des forces dans le domaine de Laplace. Exprimer également la relation fondamentale de la dynamique dans le domaine de Laplace.
- 7 Construire directement le diagramme fonctionnel à partir de la question 6.
- 8 Établir l'expression du rapport $\frac{Y(p)}{X(p)}$ directement à partir du diagramme fonctionnel.
- 9 Établir l'expression de la réponse indicielle.