
TD 5
SYSTÈMES DU PREMIER ORDRE
IDENTIFICATION
MISE EN ÉQUATION

1 Identification par un essai

Un thermomètre à mercure est un système supposé linéaire qui relie la température réelle $temp_r$, fonction du temps, à la graduation $temp_g$ gravée sur le thermomètre. La figure 1 donne le schéma fonctionnel du thermomètre.

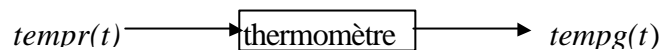


Figure 1. Schéma fonctionnel du thermomètre.

Initialement, le système est au repos, et le thermomètre affiche une température de 20 degrés C.

- On suppose la fonction de transfert de la forme: $H(p) = \frac{temp_g(p)}{temp_r(p)} = \frac{K(1 + b_1 \cdot p + b_2 \cdot p^2 + \dots)}{1 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2 + \dots}$.

On veut avoir, en régime permanent, $temp_g = temp_r$. Donner la valeur de K.

- Le thermomètre est brusquement plongé dans un bain à 10 degrés C. L'évolution de la température affichée par le thermomètre est a été relevée (voir graphe joint à la fin du texte de TD).

A quel type d'excitation le système a-t-il été soumis ?

On suppose que le modèle du thermomètre est du premier ordre. Écrire sa fonction de transfert.

A l'aide du graphe, déterminer la valeur de la constante de temps du système.

- A présent, ce thermomètre est placé dans un four à une température de 0 degrés C. On attend que la température affichée par le thermomètre se soit stabilisée puis on augmente linéairement la température du four: $temp_r(t) = a \cdot t$ avec $a = 0,1$ degrés C/seconde.

A quel type d'excitation le système est-il soumis ?

Donner l'expression de $Temp_g(p)$ après avoir remplacé l'excitation $temp_r(t)$ par sa transformée de Laplace.

A l'aide des tables de transformées de Laplace, donner l'expression de $temp_g(t)$.

Exprimer, en régime permanent, la différence entre la température réelle à un instant donné $temp_r(t)$ et la température lue sur la graduation $temp_g(t)$.

2 Mise en équation de la fonction de transfert - Réducteur

On considère un motoréducteur de rendement η dont le schéma de principe est donné à la figure 2.

N_1 et N_2 représentent le nombre de dents des arbres primaire et secondaire. $C_{m1}(t)$ et $C_{m2}(t)$ représentent respectivement le moment du couple moteur sur l'arbre primaire et sur l'arbre secondaire. L'arbre primaire entraîne l'arbre secondaire.

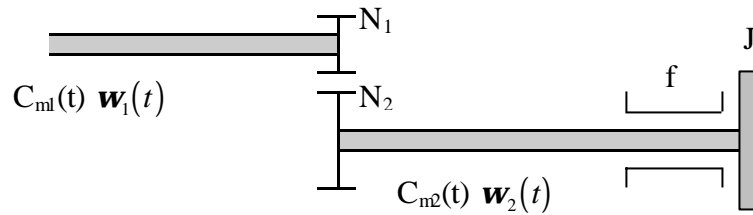


Figure 2. Schéma de principe du réducteur.

1. Donner l'expression des puissances instantanées $P_1(t)$ et $P_2(t)$, respectivement appliquées aux arbres primaire et secondaire.
2. Exprimer le rapport P_2/P_1 .
3. En déduire l'expression de $C_{m2}(t)$ en fonction de $C_{m1}(t)$. On posera $m=N_1/N_2$.
4. Le moment d'inertie de toutes les pièces, ramené sur l'arbre secondaire est J . Le moment du couple de frottement est $C_f=f \cdot \omega_2(t)$.

Écrire l'équation différentielle liant $\omega_2(t)$ à $C_{m1}(t)$.

Déterminer l'expression de la fonction de transfert $H(p) = \frac{\Omega_2(p)}{C_{m1}(p)}$

$\Omega_2(p)$ étant la transformée de Laplace de $\omega_2(t)$.

Donner les expressions de la constante de temps et du gain statique du système.

Effectuer l'Application Numérique: $J=8.10^{-3} \text{ kg.m}^2$; $f=0,1 \text{ kg.m}^2/\text{s}$; $\eta=0,8$; $m=1/470$.

5. Donner l'expression de la vitesse de régime permanent à vide. A.N.: $C_{m1}(t)=0,1 \text{ N.m}$.
6. Donner le temps de réponse du système à 5% (temps au bout duquel le régime permanent est atteint à 5% près).

3 Mise en équation de la fonction de transfert - Commande d'un four

On considère l'ensemble de la figure 3.

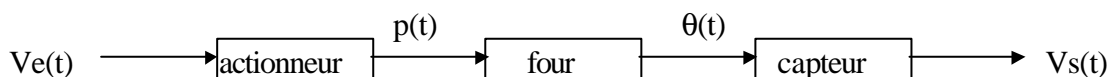


Figure 3. Schéma fonctionnel du processus de chauffage d'un four.

- **L'actionneur** est une résistance chauffante alimentée à travers un triac (deux thyristors -diodes commandées - montés tête bêche). La commande de la gâchette des thyristors s'effectue à l'aide de la tension de commande $V_e(t)$. On admet que la puissance $p(t)$ en Watts dissipée par la résistance est proportionnelle à $V_e(t)$, soit: $p(t)=k_1 \cdot V_e(t)$ avec $k_1=1 \text{ Watt/volt}$.
- **Le capteur** est une thermistance sans inertie qui délivre une tension proportionnelle à la température $V_s(t)=a \cdot \theta(t)$ avec $a=2 \text{ mV/degé C}$.
- **Le four** est à la température $\theta(t)$ à l'instant t . Il reçoit par la résistance chauffante une énergie $dW=p(t).dt$ pendant un intervalle de temps dt . Cette énergie reçue engendre une élévation de la température du four de $d\theta$, la capacité du four étant $m.c$ avec $m=0,1 \text{ kg}$ et $c=100 \text{ J/(kg.degé)}$. Une partie de la puissance dissipée dans la résistance est perdue en rayonnement. On admet que les pertes d'énergie par rayonnement pendant l'intervalle de temps dt sont proportionnelles à la température du four $\theta(t)$. Le coefficient de proportionnalité est $k=0,5 \text{ Watt/degé}$.

1. Établir l'équation différentielle liant $\theta(t)$ et $p(t)$.
2. On suppose les conditions initiales nulles. Déterminer la fonction de transfert du processus complet $H(P) = \frac{V_s(p)}{V_e(p)}$ puis donner les expressions du gain statique et de la constante de temps du processus complet. Effectuer l'application numérique.
3. On applique un échelon de tension d'amplitude 5 Volts sur $V_e(t)$. Donner l'expression de $V_s(t)$ et représenter le graphe correspondant. Donner également les valeurs de la tension de sortie $V_s(t)$ et de la température $\theta(t)$ lorsque le régime permanent sera atteint.
4. En réalité, la thermistance présente une constante de temps $\tau_t=1$ seconde. Son fonctionnement est régi par une équation différentielle du premier ordre à coefficients constants (système linéaire). Établir la fonction de transfert $H(p)$ de la thermistance puis la nouvelle fonction de transfert $H'(p)$ du processus complet dans ces conditions. Donner sans calcul la température en régime permanent.

Graphe de tempg en fonction du temps

