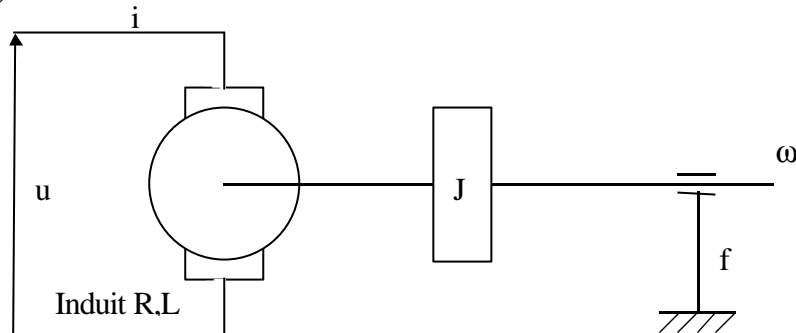

TD 8
DIAGRAMMES FONCTIONNELS
MISE EN ÉQUATIONS D'UN MOTEUR A COURANT CONTINU

Un moteur à courant continu dont le flux inducteur est constant (aimant permanent) est commandé par la tension appliquée à l'induit. Il se comporte comme un système dont l'entrée est la tension $v(t)$ et la sortie la vitesse angulaire $\omega(t)$.



On rappelle brièvement le fonctionnement du moteur et les équations régissant son fonctionnement:

- Le moteur fournit un moment de couple moteur proportionnel au courant d'induit:

$$M_m = K \cdot i \quad (1)$$
- La Force Contre Électromotrice aux bornes du moteur est proportionnelle à la vitesse de rotation:

$$E = K \cdot \omega \quad (2)$$
- L'induit se modélise par une résistance R en série avec une inductance L .
- J représente le moment d'inertie total de l'arbre moteur.
- On appelle M_r le moment du couple résistant du moteur. On suppose qu'il est proportionnel à la vitesse de rotation du moteur.

Remarque: on peut utiliser la même constante K dans les expressions (1) et (2) à condition d'exprimer la vitesse de rotation du moteur ω en rd/s.

On considère dans un premier temps que l'inductance de l'induit est négligeable.

1. Écrire les équations électrique et mécanique régissant le fonctionnement du moteur. Établir l'équation différentielle reliant $v(t)$ à $\omega(t)$.
2. Que deviennent les équations de la question 1. en régime de fonctionnement statique ? Calculer la vitesse ω_0 correspondant à la tension $v(t) = V_0 = \text{Cte}$.
3. Le régime permanent de la question 2. étant établi, à $t=0$, on passe brusquement (vis à vis des constantes de temps reliées à l'inertie du moteur) de la tension V_0 à la tension V_1 . A quel type d'excitation sommes-nous confrontés ?

En considérant à présent les variations des variables par rapport à leur valeur en régime permanent, écrire la nouvelle équation différentielle reliant $v'(t)$ à $\omega'(t)$ avec : $\omega'(t) = \omega(t) - \omega_0$ et $v'(t) = v(t) - V_0$.

En utilisant la transformée de Laplace, déterminer la fonction de transfert : $H(p) = \frac{\Omega'(p)}{V'(p)}$

où $V'(p)$ et $\Omega'(p)$ représentent les transformées de Laplace de $v'(t)$ et $\omega'(t)$ respectivement.

Donner ensuite l'expression de $V'(p)$ et en déduire l'expression de $\Omega'(p)$.

En déduire $\omega'(t)$ par transformation de Laplace inverse.

4. A partir des équations électriques établies à la question 1., passer dans le domaine de Laplace et construire directement le diagramme fonctionnel du système. Exprimer la fonction de transfert :

$$H(p) = \frac{\Omega'(p)}{V'(p)}.$$

5. Reprendre le problème en considérant non négligeable l'inductance L de l'induit.